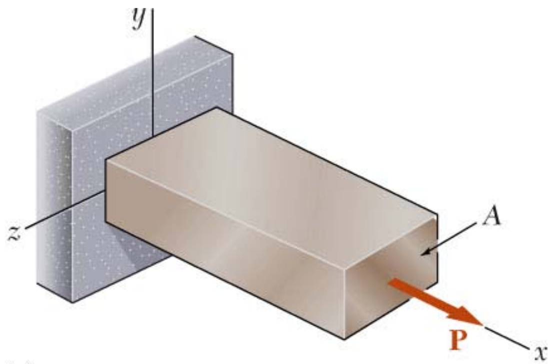
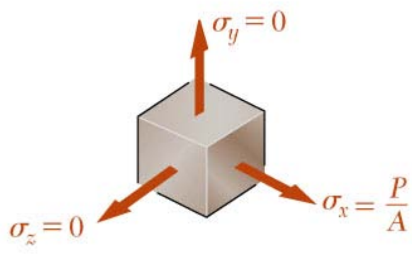
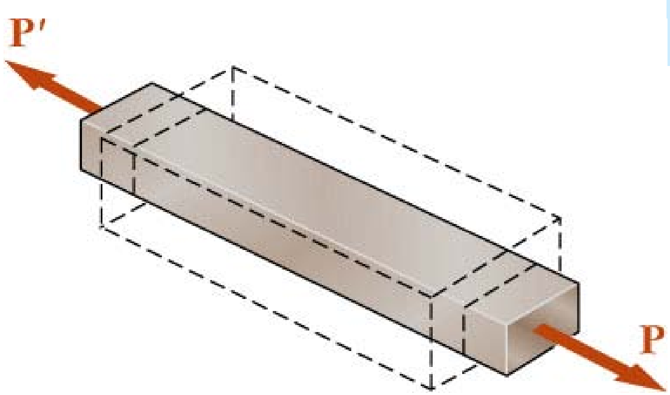
푸아송비 (Poisson's Ratio)



(a)



(b)



- 축하중을 받는 가느다란 사각 봉에 대해서

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} \qquad \sigma_y = \sigma_z = 0$$

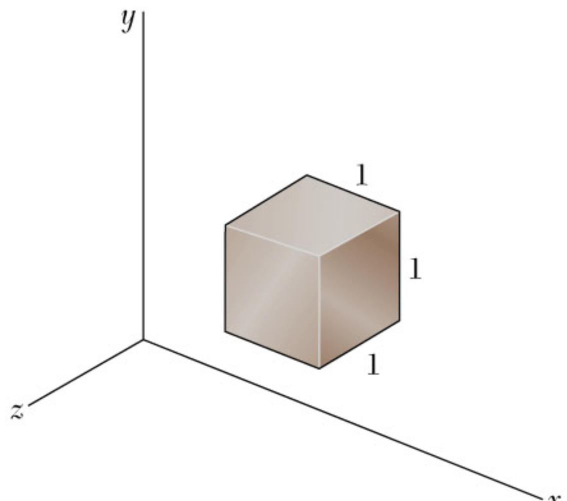
- x-방향으로 늘어날 경우 다른 방향은 줄어든다. 재료가 등방성(isotropic: 방향성 특성이 없음)으로 가정

$$\varepsilon_y = \varepsilon_z \neq 0$$

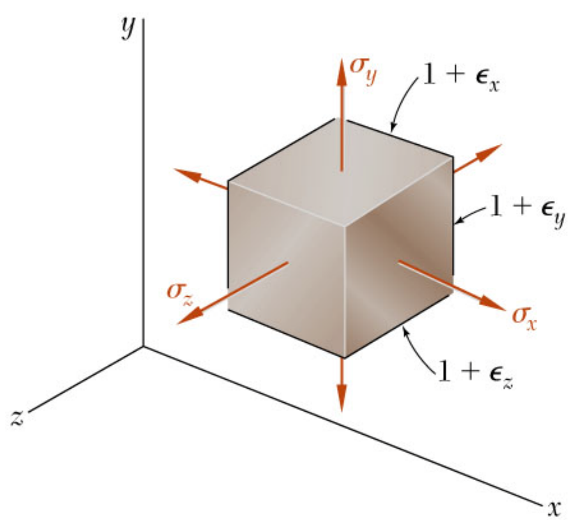
- 푸와송비(Poisson's ratio) 정의:

$$\nu = \left|\frac{\text{lateral strain}}{\text{axial strain}}\right| = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} = -\frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_x}$$

Copyright © 2011 by Tae Hyun Baek, Kunsan National University. All rights reserved.



(a)



(b)

- 다축하중(multi-axial loading)을 받는 요소: 응력성분에 의한 수직변형률(normal strain) 성분은 겹침의 원리(*principle of superposition*)를 적용하여 구할 수 있음. 단, 다음의 제한조건을 만족:

  1) 변형률은 응력과 선형적 관계

  2) 변형량(deformation)이 적을 경우

- 위의 제한조건을 만족할 경우, 변형률 성분

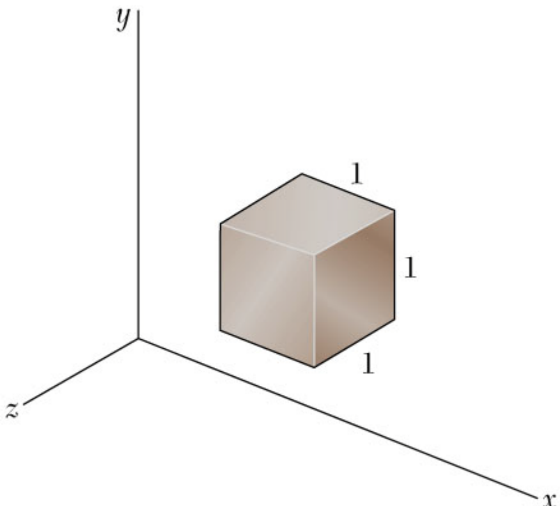
$$\varepsilon_x = +\frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu\sigma_y}{E} - \frac{\nu\sigma_z}{E}$$

$$\varepsilon_y = -\frac{\nu\sigma_x}{E} + \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu\sigma_z}{E}$$

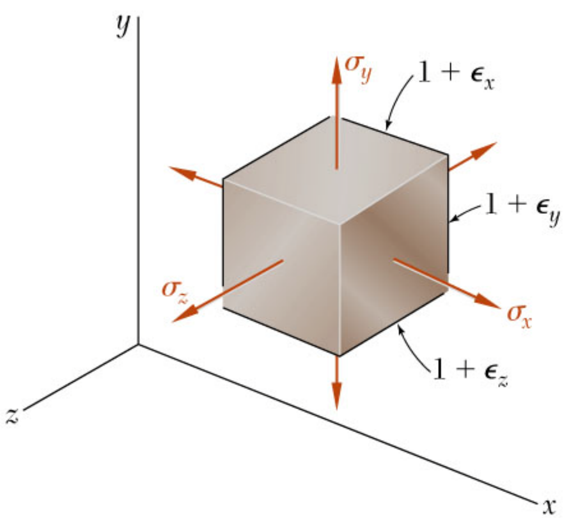
$$\varepsilon_z = -\frac{\nu\sigma_x}{E} - \frac{\nu\sigma_y}{E} + \frac{\sigma_z}{E}$$

Copyright © 2011 by Tae Hyun Baek, Kunsan National University. All rights reserved.

팽창률: 체적탄성계수(Dilatation: Bulk Modulus)



(a)



(b)

- 무응력상태(unstressed state)에 대한 부피의 변화량

$$e = 1 - [(1+\varepsilon_x)(1+\varepsilon_y)(1+\varepsilon_z)] = 1 - [1+\varepsilon_x+\varepsilon_y+\varepsilon_z]$$

$$= \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$$

$$= \frac{1-2\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$$

$$= \text{dilatation (change in volume per unit volume)}$$

- 균일한 정수압(hydrostatic pressure)을 받을 경우

$$e = -p\frac{3(1-2\nu)}{E} = -\frac{p}{k}$$

$$k = \frac{E}{3(1-2\nu)} = \text{bulk modulus}$$

- 균일한 압력을 받을 경우, 팽창률은 음(negative)이 되어야 함. 따라서,

$$0 < \nu < \frac{1}{2}$$

Copyright © 2011 by Tae Hyun Baek, Kunsan National University. All rights reserved.

전단 변형률 (Shearing Strain)

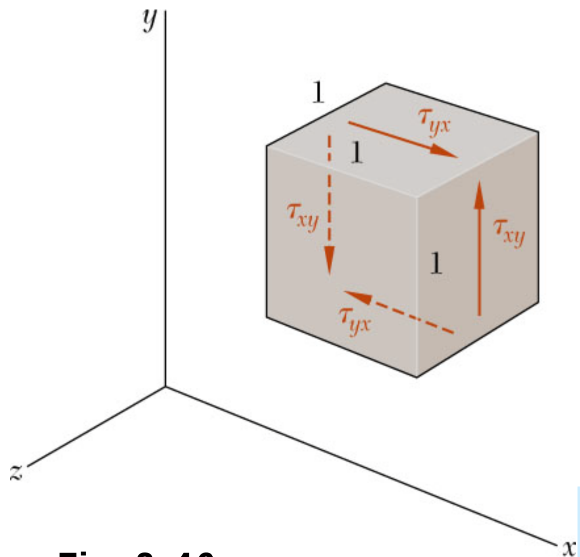


Fig. 2-46

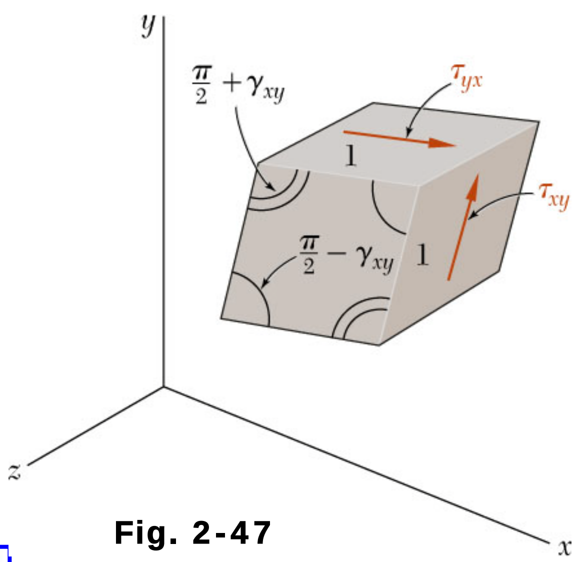


Fig. 2-47

- 전단응력은 재료의 육면체 요소를 기울어진 마름모꼴 (rhomboid)로 변형. 상응하는 전단변형률(*shear* strain)은 변사이의 각도 변화량으로 정의

$$\tau_{xy} = f\left(\gamma_{xy}\right)$$

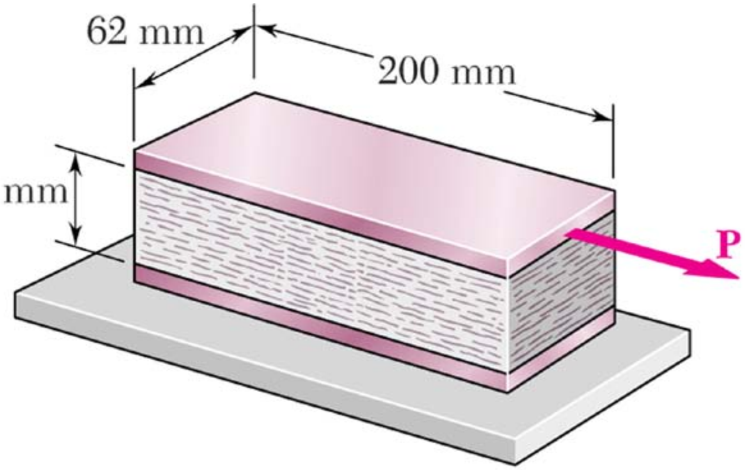
- 전단응력과 전단변형률 선도는 수직응력과 수직변형률 선도와 비슷함. 단, 강도 값(strength values)은 대략 절반이 됨. 작은 변형률일 경우,

$$\tau_{xy} = G\gamma_{xy} \quad \tau_{yz} = G\gamma_{yz} \quad \tau_{zx} = G\gamma_{zx}$$

위의 식에서 G는 강성계수(modulus of rigidity) 또는 전단탄성계수(shear modulus)라고 함.

Copyright © 2011 by Tae Hyun Baek, Kunsan National University. All rights reserved.

예제 2.10 (Example 2.10)



강성계수가 G = 630 MPa인 재료의 사각형 블록이 두 개의 강체로된 수평판에 접착. 아래 평판은 고정, 위 평판은 수평력 **P**를 받는다. 가해진 외력에 의해 위 평판이 1.0 mm 수평 이동하였다면, (*a*) 재료의 평균 전단 변형률, (*b*) 위 평판에 작용된 힘 **P**를 결정하라.

풀이:

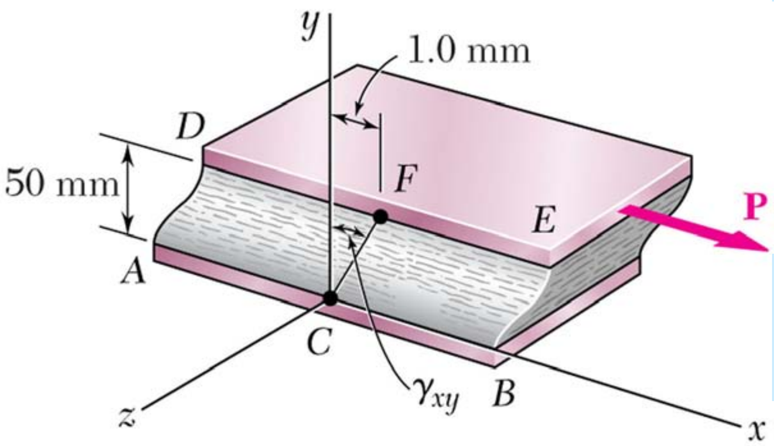
- 블록의 전단변형률 (shearing strain) 또는 평균 각도의 변형 (average angular deformation) 을 계산

- 상응하는 전단응력을 구하기 위해 전단응력과 변형률에 관한 훅 법칙 적용

- 전단응력의 정의를 이용하여 힘 P를 계산

Copyright © 2011 by Tae Hyun Baek, Kunsan National University. All rights reserved.

예제 2.10 (계속)



- 블록의 전단변형률 또는 평균각도 변형량

$$\gamma_{xy} \approx \tan\gamma_{xy} = \frac{1\,\mathrm{mm}}{50\,\mathrm{mm}} \qquad \gamma_{xy} = 0.020\,\mathrm{rad}$$

- 전단응력과 변형률에 관한 훅법칙을 적용하여 상응하는 전단응력을 계산

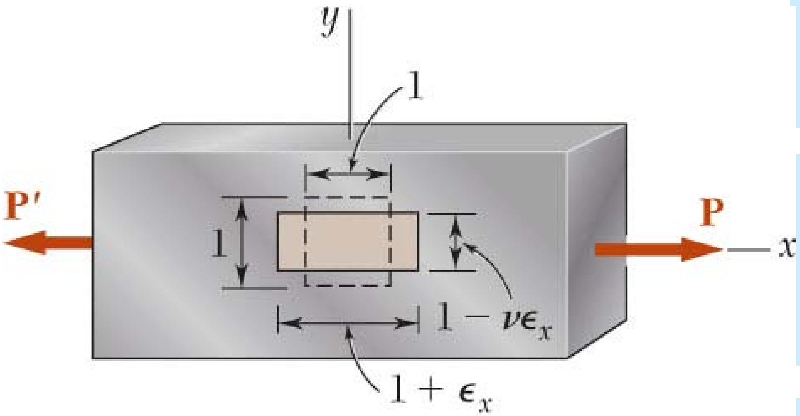
$$\tau_{xy} = G\gamma_{xy} = (630\,\mathrm{MPa})(0.020\,\mathrm{rad}) = 12.6\,\mathrm{MPa}$$

- 전단응력에 관한 식을 사용하여 힘 P의 계산

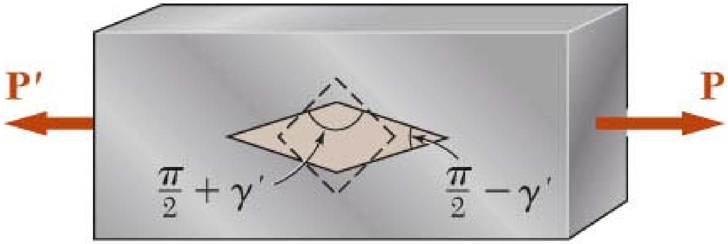
$$P = \tau_{xy}A = \left(12.6\times10^{6}\,\mathrm{Pa}\right)(0.2\,\mathrm{m})(0.062\,\mathrm{m}) = 156.2\times10^{3}\,\mathrm{N}$$

$$\boxed{P = 156.2\,\mathrm{kN}}$$

Copyright © 2011 by Tae Hyun Baek, Kunsan National University. All rights reserved.



(a)



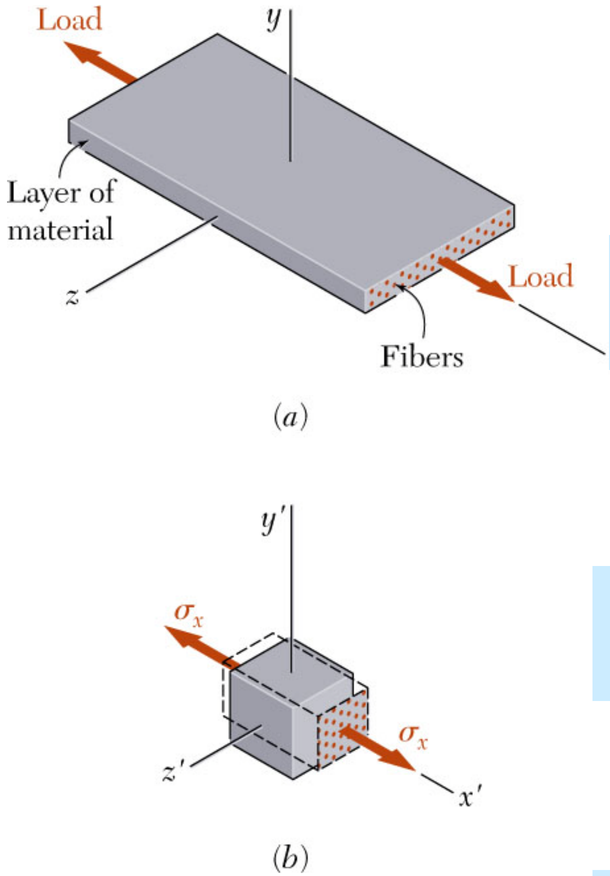
(b)

- 가느다란 봉이 x 축 방향 인장 하중을 받을 때, x 방향으로는 늘어나고 y와 z 방향으로는 수축
- 육면체의 요소는 그림과 같이 수직 평행 육면체로 변형. 축하중은 수직변형률을 발생..
- 요소를 하중 축으로부터 45도 회전한 경우, 그림에 나타난 면과 같이 마름모꼴 형상으로 변형. 축하중은 수직변형률을 발생.
- 수직 및 전단변형률 성분으로부터 다음 관계식을 얻을 수 있음.

$$\frac{E}{2G} = (1+\nu)$$

Copyright © 2011 by Tae Hyun Baek, Kunsan National University. All rights reserved.

복합재료 (Composite Materials)



- 섬유강화복합재(**fiber-reinforced composite materials**)는 모재(**matrix**)에 강하고 딱딱한 섬유(**fiber**)를 심어서 얻으며, 섬유로 사용되는 일반 재료는 그래파이트, 유리, 폴리머. 여러 종류의 합성수지가 모재로 사용.

- 수직응력 및 변형률은 방향성을 갖는 탄성계수가 적용된 훅법칙에 따라,

$$E_x = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_x} \quad E_y = \frac{\sigma_y}{\varepsilon_y} \quad E_z = \frac{\sigma_z}{\varepsilon_z}$$

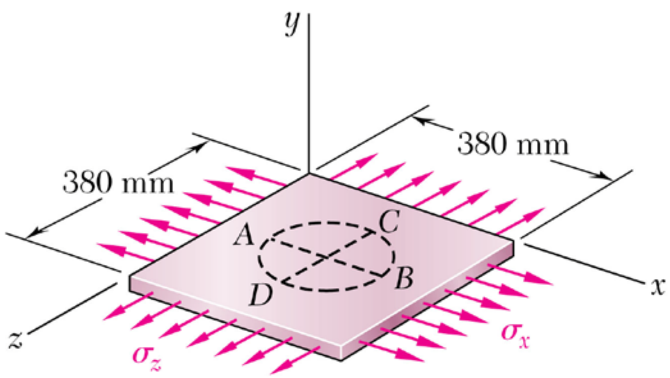
- ***x*** 방향으로의 재료의 신장은 ***y***와 ***z*** 방향의 수축을 동반한며 푸와송비에 관계, 예를 들면,

$$\nu_{xy} = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} \quad \nu_{xz} = -\frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_x}$$

- 기계적 특성이 방향성에 따라 다를 경우 이방성 (***anisotropic***) 재료라 함.

Copyright © 2011 by Tae Hyun Baek, Kunsan National University. All rights reserved.

견본문제 2.5 (Sample Problem 2.5)



지름 d = 225 mm의 원이 두께 t = 18 mm 인 무 응력 상태의 알루미늄 판에 새겨져 있다. 지름이 새겨진 후에 판에 작용한 힘에 의해 수직응력 σx = 84 MPa 과 σz = 140 MPa 발생. E = 70 GPa, ν = 1/3일 경우, 다음 사항을 결정

(*a*) 지름 *AB*

(*b*) 지름 *CD*

(*c*) 판의 두께

(*d*) 판의 부피의 변화량

Copyright © 2011 by Tae Hyun Baek, Kunsan National University. All rights reserved.

풀이:

- 일반화된 훅법칙을 사용하여 수직 변형률 성분 계산

$$\varepsilon_x = +\frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu\sigma_y}{E} - \frac{\nu\sigma_z}{E}$$

$$= \frac{1}{70\times10^3\,\text{MPa}}\left[(84\text{MPa}) - 0 - \frac{1}{3}(140\,\text{MPa})\right]$$

$$= +0.533\times10^{-3}\,\text{mm/mm}$$

$$\varepsilon_y = -\frac{\nu\sigma_x}{E} + \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu\sigma_z}{E}$$

$$= -1.067\times10^{-3}\,\text{mm/mm}$$

$$\varepsilon_z = -\frac{\nu\sigma_x}{E} - \frac{\nu\sigma_y}{E} + \frac{\sigma_z}{E}$$

$$= +1.600\times10^{-3}\,\text{mm/mm}$$

- 변형량 성분 (deformation component)을 계산.

$$\delta_{B/A} = \varepsilon_x d = (+0.533\times10^{-3}\,\text{mm/mm})(225\text{mm})$$

$$\boxed{\delta_{B/A} = +0.12\text{mm}}$$

$$\delta_{C/D} = \varepsilon_z d = (+1.600\times10^{-3}\,\text{mm/mm})(225\text{mm})$$

$$\boxed{\delta_{C/D} = +0.36\text{mm}}$$

$$\delta_t = \varepsilon_y t = (-1.067\times10^{-3}\,\text{mm/mm})(18\text{mm})$$

$$\boxed{\delta_t = -0.0192\text{mm}}$$

- 부피의 변화량

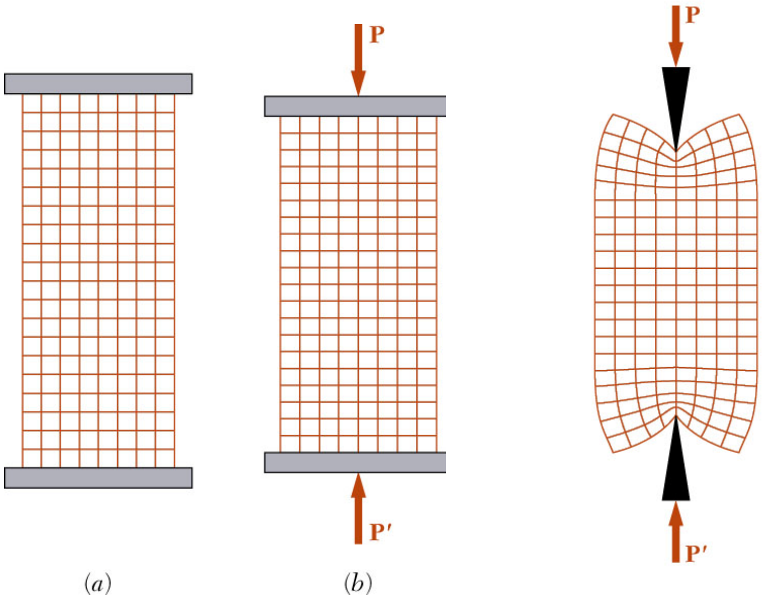
$$e = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = 1.067\times10^{-3}\,\text{mm}^3/\text{mm}^3$$

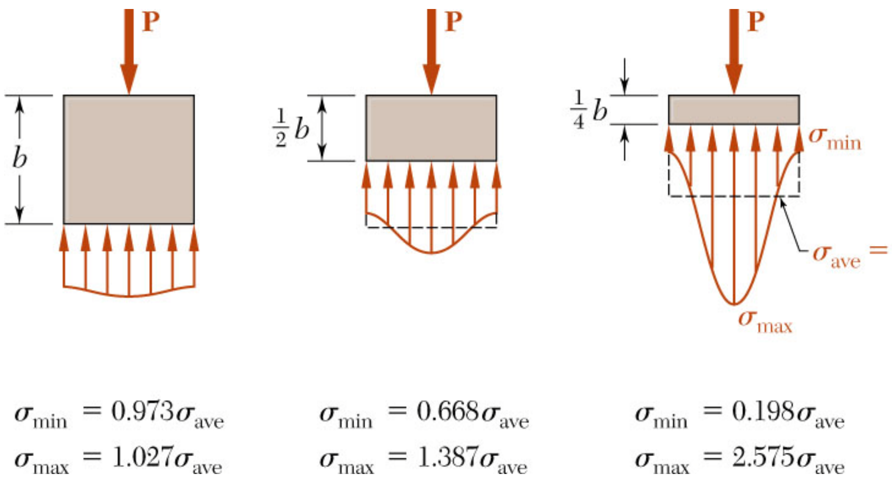
$$\Delta V = eV = 1.067\times10^{-3}(380\times380\times18)\text{mm}^3$$

$$\boxed{\Delta V = +2733\text{mm}^3}$$

Copyright © 2011 by Tae Hyun Baek, Kunsan National University. All rights reserved.

생브낭의 원리 (Saint-Venant's Principle)





- 강체판(rigid plate)을 통한 하중은 균일한 응력과 변형률 발생

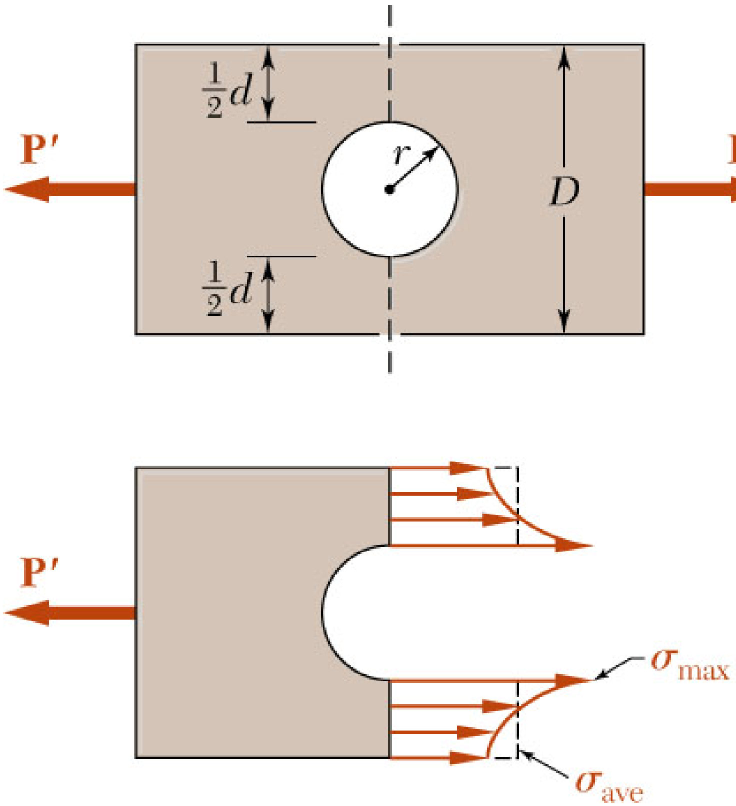
- 집중하중(concentrated load)은 힘의 작용점 부근에 큰 응력을 발생시킴.

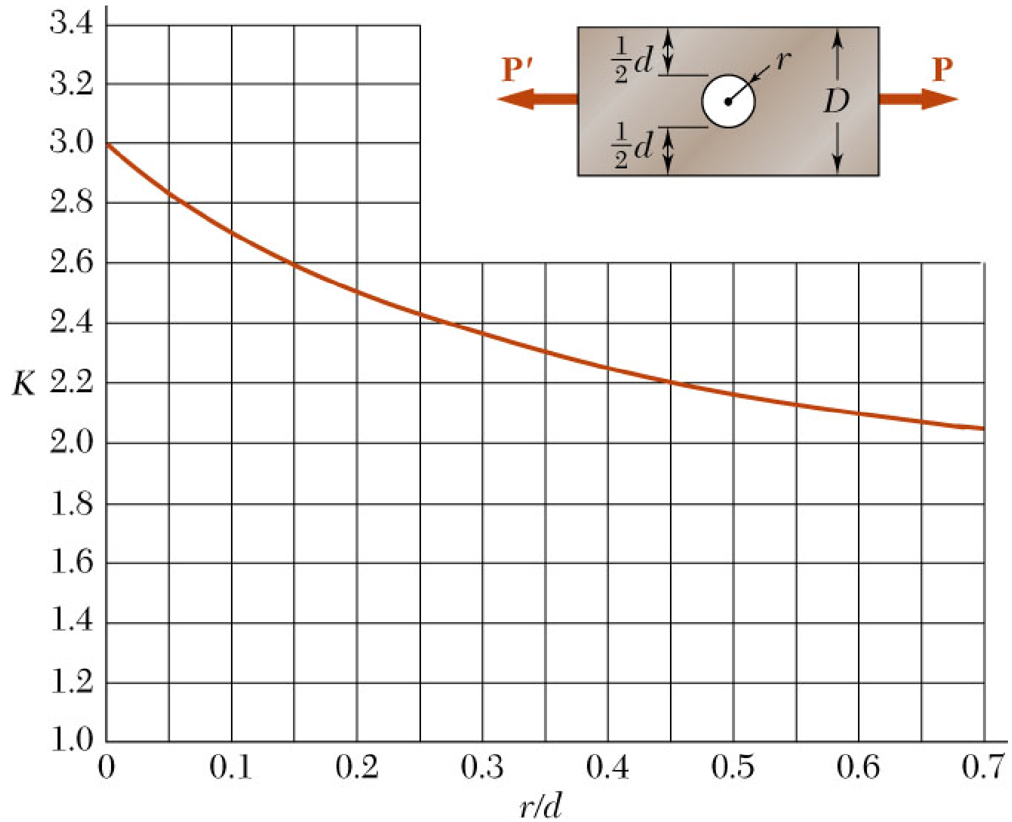
- 응력과 변형률은 힘의 작용점으로부터 거리가 멀어지면 균일하게 분포.

- **생브낭의 원리:**
  응력분포는 힘의 작용점 인근을 제외하고는 힘의 작용 모드(mode of load application)에 무관하다고 가정할 수 있음.

Copyright © 2011 by Tae Hyun Baek, Kunsan National University. All rights reserved.

응력집중: 구멍 (Stress Concentration: Hole)





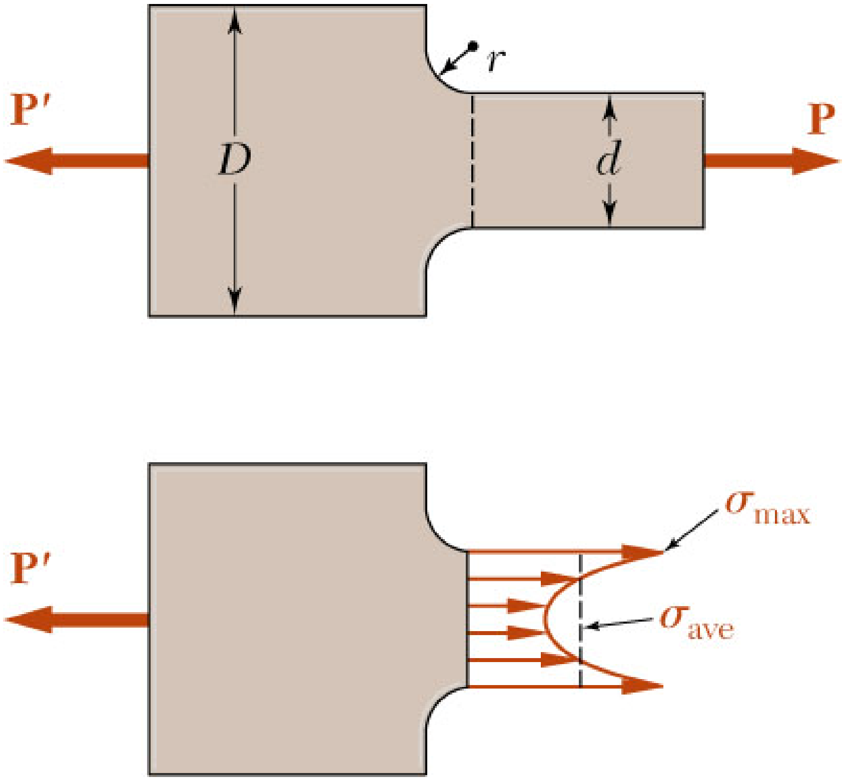
***(a)* Flat bars with holes**

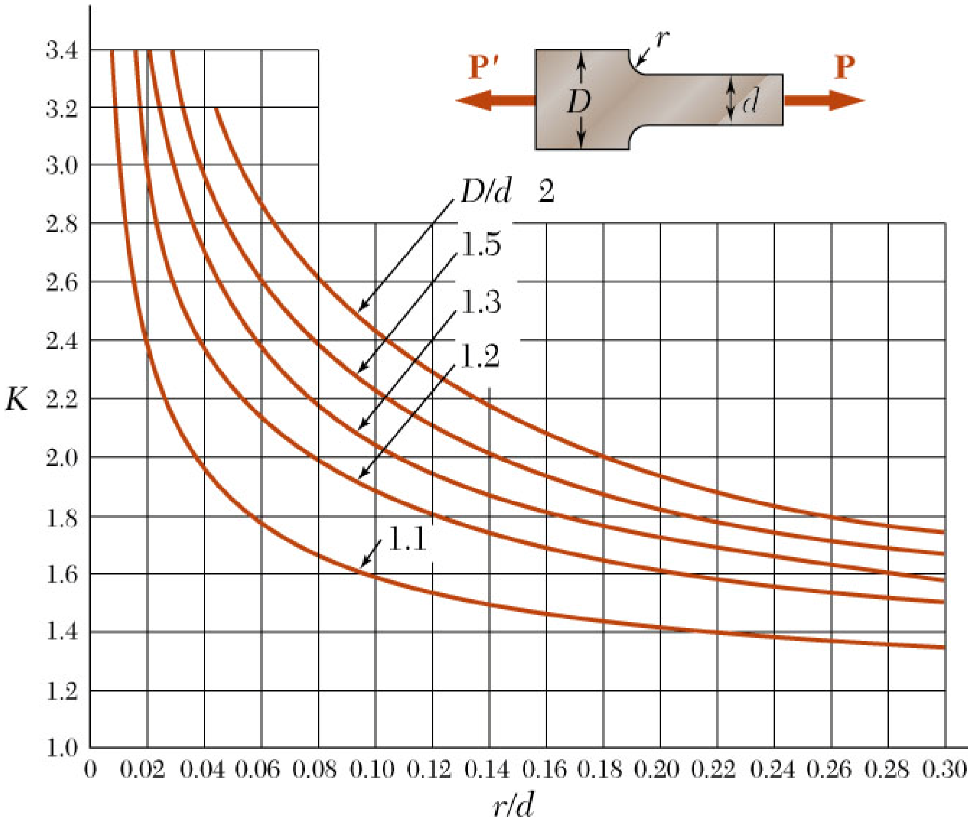
구조물 부재에서 구멍이나 급격한 단면 변화와 같은 불연속 부분이 있을 때, 높은 국부적 응력이 불연속 부근에서 발생: 응력집중(***concentrated* stress**).

$$K = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{ave}}$$

Copyright © 2011 by Tae Hyun Baek, Kunsan National University. All rights reserved.

응력집중: 필릿 (Stress Concentration: Fillet)

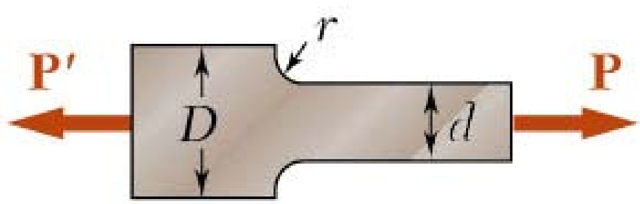




***(b)* Flat bars with fillets**

Copyright © 2011 by Tae Hyun Baek, Kunsan National University. All rights reserved.

예제 2.12 (Example 2.12)



두께가 10 mm인 강재 평판의 서로 다른 폭 40 mm와 60 mm가 필릿 반지름 *r* = 8 mm로 연결되어 있을 때, 견딜 수 있는 최대 축하중 **P**를 결정. 허용 수직응력은 165 MPa로 가정.

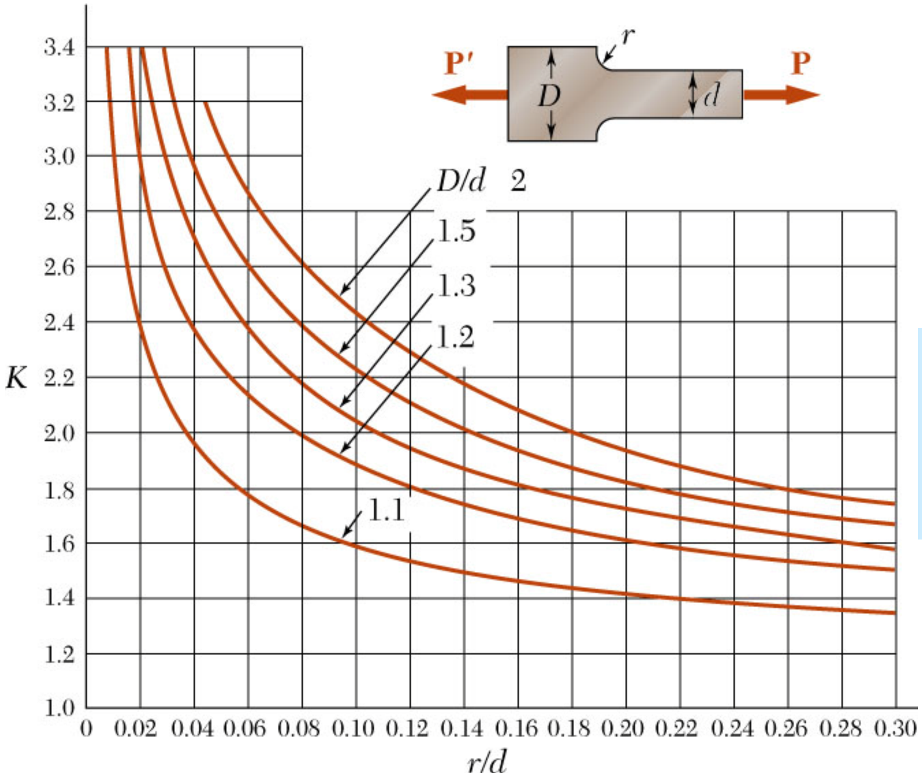
풀이:

- 기하학적 비(geometric ratio)를 결정, 그림 2.64*b* 로부터 응력집중계수 (stress concentration factor)를 구한다.

- 재료의 허용수직응력과 응력집중계수를 사용, 허용할 수 있는 평균수직응력을 계산.

- 수직응력에 관한 식을 이용, 허용하중을 구한다.

Copyright © 2011 by Tae Hyun Baek, Kunsan National University. All rights reserved.



***(b)* Flat bars with fillets**

- 기하학적 비로부터 그림 2.64*b* 를 이용, 응력집중계수를 구한다.

$$\frac{D}{d} = \frac{60\,\text{mm}}{40\,\text{mm}} = 1.50 \qquad \frac{r}{d} = \frac{8\,\text{mm}}{40\,\text{mm}} = 0.20$$

$$K = 1.82$$

- 재료의 허용수직응력과 응력집중계수를 사용, 허용할 수 있는 평균수직응력을 계산.

$$\sigma_{\text{ave}} = \frac{\sigma_{\max}}{K} = \frac{165\,\text{MPa}}{1.82} = 90.7\,\text{MPa}$$

- 수직응력에 관한 식을 이용, 허용하중을 계산.

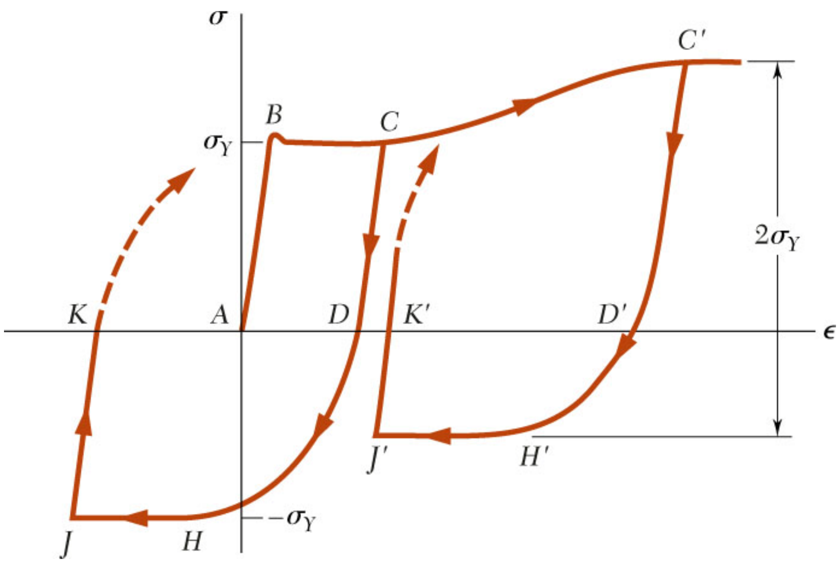
$$P = A\sigma_{ave} = (40\,\text{mm})(10\,\text{mm})(90.7\,\text{MPa})$$

$$= 36.3 \times 10^3\,\text{N}$$

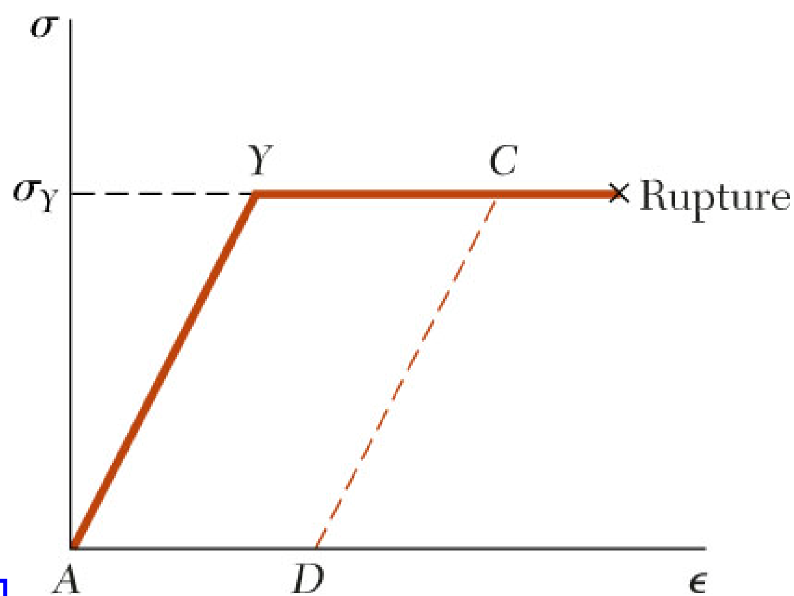
$$\boxed{P = 36.3\,\text{kN}}$$

Copyright © 2011 by Tae Hyun Baek, Kunsan National University. All rights reserved.

탄소성 재료 (Elastoplastic Materials)



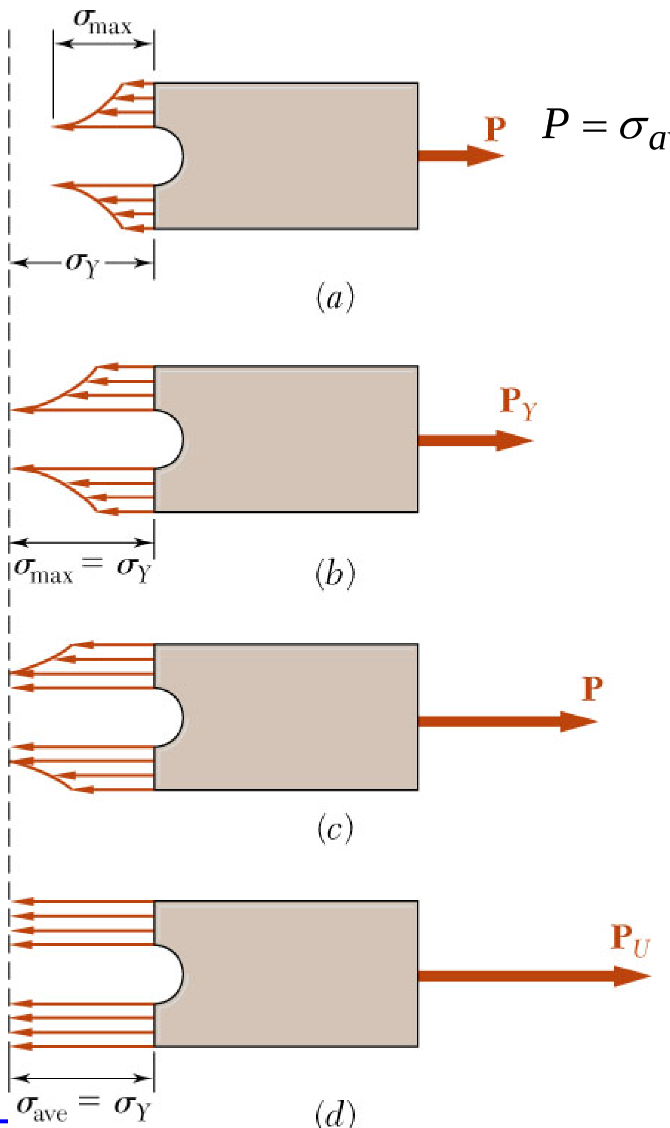
- 앞 절에서 얻은 결과들은 선형적인 응력 – 변형률 관계를 근거. 즉, 재료의 비례한도를 절대 초과하지 않는다고 가정.
- 이러한 가정은 항복이 없이 파단에 이르는 취성 재료 (**brittle material**) 에서는 타당
- 연성재료(**ductile material**)에서 응력이 재료의 항복강도를 초과하면, 소성변형이 발생



- 소성변형 해석은 이상적인 탄소성재료(***elastoplastic material***)로 가정하여 단순화.
- 탄소성 재료의 변형은 탄성과 소성영역으로 분리
- 영구변형(**permanent deformation**)은 항복응력보다 큰 하중으로 인하여 발생

Copyright © 2011 by Tae Hyun Baek, Kunsan National University. All rights reserved.

소성변형 (Plastic Deformations)



$$P = \sigma_{ave} A = \frac{\sigma_{max} A}{K}$$

- 탄성변형을 최대응력이 항복응력 이하에 일어남.

$$P_Y = \frac{\sigma_Y A}{K}$$

- 최대응력은 최대탄성하중에서 항복응력(yield stress)과 동일

- 최대탄성하중 이상이 작용할 경우, 구멍 주위에 소성변형 영역이 발생

$$P_U = \sigma_Y A$$

$$= K P_Y$$

- 하중이 그 이상으로 증가, 항복이 일어난 소성 영역이 계속 증가하여 판의 끝 부분에 이르기까지 계속

Copyright © 2011 by Tae Hyun Baek, Kunsan National University. All rights reserved.

잔류응력 (Residual Stresses)

- 재료 요소가 항복응력보다 큰 하중을 균일하게 받고, 하중이 제거되면 영구변형이 일어나며, 모든 응력이 사라짐. 이것이 모든 경우에 항상 그런 것은 아니다.

- 잔류응력(residual stress)은 하중을 가하고 제거된 후, 다음 경우에 구조물에 남아 있음.
  - 구조물이 부분적으로 소성변형을 일으킬 경우
  - 구조물의 다른 부분이 다른 소성변형을 일킬 경우

- 잔류응력은 구조물이나 구조물 요소를 불 균일하게 가열하거나 냉각시킬 경우에도 발생.

Copyright © 2011 by Tae Hyun Baek, Kunsan National University. All rights reserved.

예제 2.14, 2.15, 2.16 (Example 2.14, 2.15, 2.16)

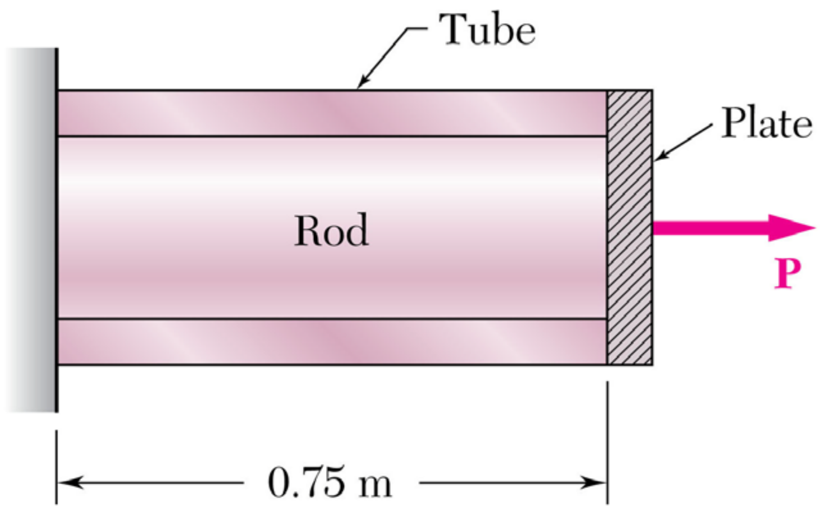
실린더 형상의 봉이 단면적이 튜브 속에 위치. 봉과 튜브는 한쪽은 강체 지지대에 고정, 나머지 한쪽은 강체 판이 부착. 봉-튜브 조립체의 하중을 0에서 25kN으로 증가시킨 후 다시 0으로 감소. 다음에 대하여 답하라.

a) 봉-튜브 조립체에 대한 하중-변형량 선도(load-deflection diagram)를 작성

b) 최대신장량

c) 영구변형량(permanent set)

d) 봉과 튜브에서 잔류응력 계산



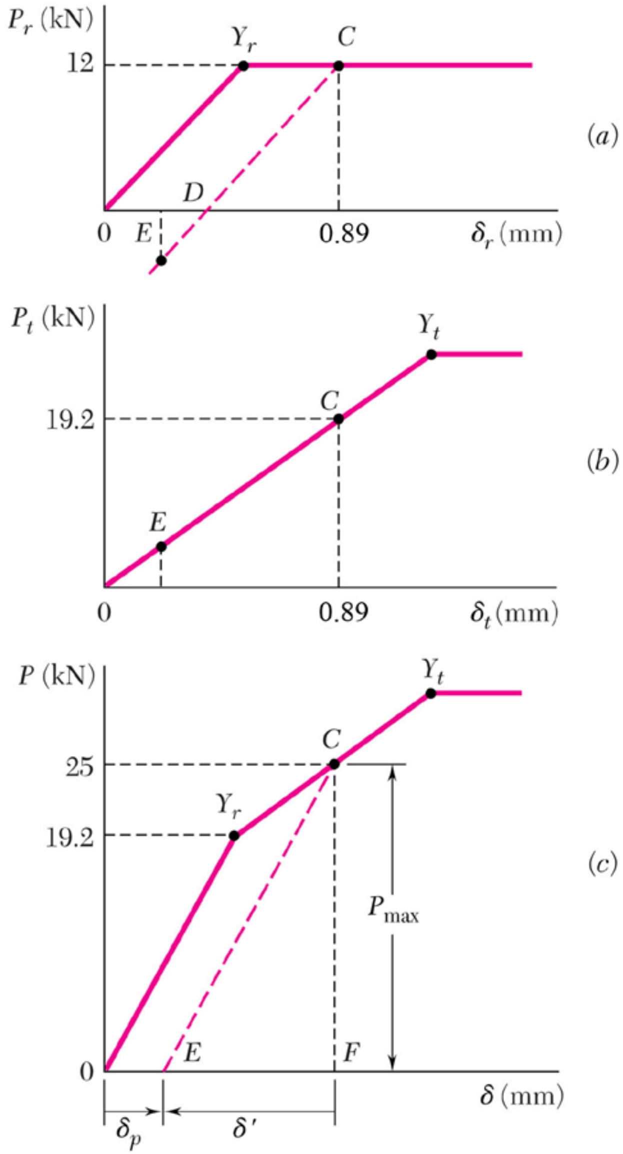
$A_r = 48\text{ mm}^2$ $\quad A_t = 62\text{ mm}^2$

$E_r = 210\text{ GPa}$ $\quad E_t = 105\text{ GPa}$

$(\sigma_r)_Y = 250\text{ MPa}$ $\quad (\sigma_t)_Y = 310\text{ MPa}$

Copyright © 2011 by Tae Hyun Baek, Kunsan National University. All rights reserved.

Example 2.14, 2.15, 2.16



a) 봉-튜브 조립체에 대한 하중-변형량 선도

$$(P_r)_Y = (\sigma_r)_Y A_r = (250\times10^6\,\text{Pa})(48\times10^{-6}\,\text{m}^2) = 12\,\text{kN}$$

$$(\delta_r)_Y = (\varepsilon_r)_Y L = \frac{(\sigma_r)_Y}{E_r} L = \frac{250\times10^6\,\text{Pa}}{210\times10^9\,\text{Pa}}(750\,\text{mm})$$

$$= 0.89\text{mm}$$

$$(P_t)_Y = (\sigma_t)_Y A_t = (310\times10^6\,\text{Pa})(62\times10^{-6}\,\text{m}^2) = 19.2\,\text{kN}$$

$$(\delta_t)_Y = (\varepsilon_t)_Y L = \frac{(\sigma_t)_Y}{E_t} L = \frac{310\times10^6\,\text{Pa}}{105\times10^9\,\text{Pa}}(750\,\text{mm})$$

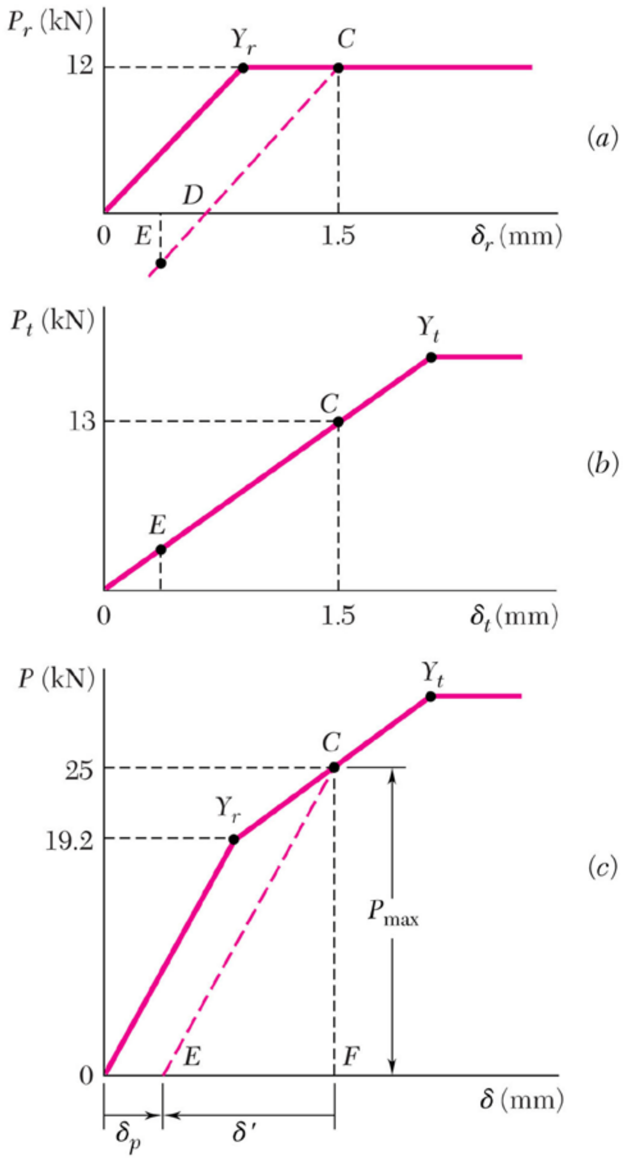
$$= 2.21\text{mm}$$

$$P = P_r + P_t$$

$$\delta = \delta_r = \delta_t$$

Copyright © 2011 by Tae Hyun Baek, Kunsan National University. All rights reserved.

Example 2.14, 2.15, 2.16



- ***P* = 25 kN 의 하중에서, 봉(rod)은 소성영역에 도달하나 튜브는 여전히 탄성영역**

$$P_r = (P_r)_Y = 12\,\text{kN}$$

$$P_t = P - P_r = (25-12)\,\text{kN} = 13\,\text{kN}$$

$$\sigma_t = \frac{P_t}{A_t} = \frac{13\,\text{kN}}{62\times10^{-6}\,\text{m}^2} = 210\,\text{MPa}$$

$$\delta_t = \varepsilon_t L = \frac{\sigma_t}{E_t} L = \frac{210\times10^6\,\text{Pa}}{105\times10^9\,\text{Pa}} 750\,\text{mm}$$

$$\boxed{\delta_{max} = \delta_t = 1.5\text{mm}}$$

- **봉-튜브 조립체는 선분(0Y_r) 에 따라 하중이 제거**

$$m = \frac{19.2\,\text{kN}}{0.89\text{mm}} = 21.6\,\text{kN/mm} = \text{slope}$$

$$\delta' = -\frac{P_{max}}{m} = -\frac{25\,\text{kN}}{21.6\,\text{kN/mm}} = -1.16\text{mm}$$

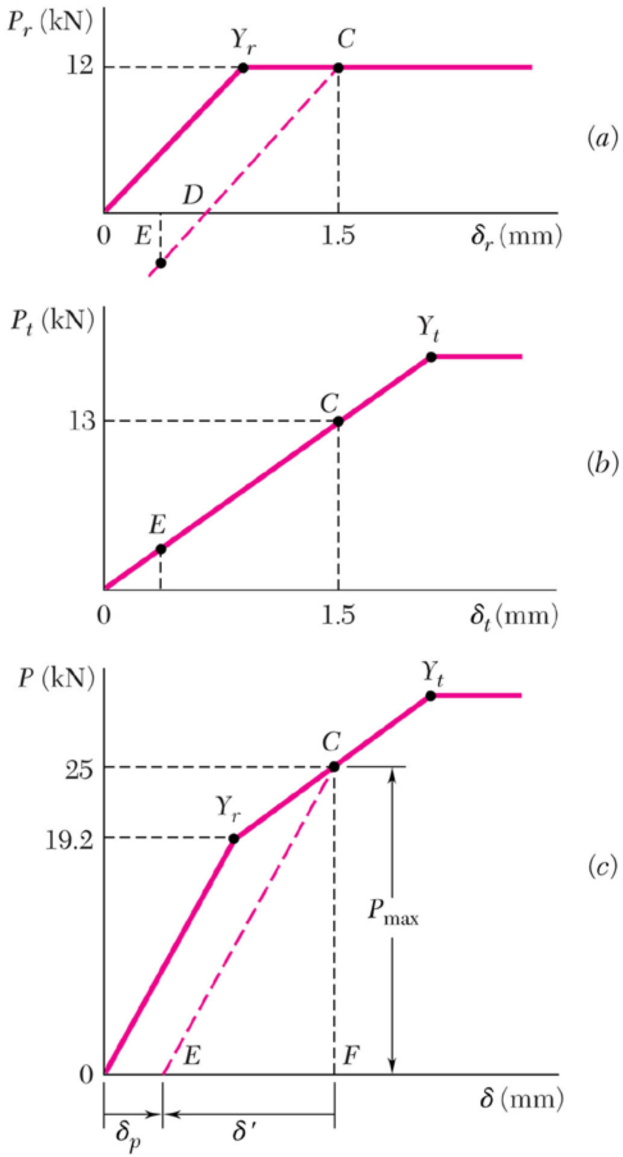
$$\delta_p = \delta_{max} + \delta' = (1.5-1.16)\text{mm}$$

$$\boxed{\delta_p = 0.34\text{mm}}$$

Copyright © 2011 by Tae Hyun Baek, Kunsan National University. All rights reserved.

Mc Graw Hill

Example 2.14, 2.15, 2.16



- 봉과 튜브에서 잔류응력 계산

하중 제거에 의해 봉과 튜브의 역응력(reverse stress)을 계산, 잔류응력은 하중 적용에 의해 발생된 응력과 하중 제거 시 발생한 역 응력을 겹침으로써 구함.

$$\varepsilon' = \frac{\delta'}{L} = \frac{-1.16\text{mm}}{750\,\text{mm}} = -1.55\times10^{-3}\ \text{mm/mm}$$

$$\sigma_r' = \varepsilon' E_r = \left(-1.55\times10^{-3}\right)\left(210\,\text{GPa}\right) = -325.5\,\text{MPa}$$

$$\sigma_t' = \varepsilon' E_t = \left(-1.55\times10^{-3}\right)\left(105\,\text{Gpa}\right) = -162.75\,\text{MPa}$$

$$\sigma_{residual,r} = \sigma_r + \sigma_r' = \left(250 - 325.5\right)\text{MPa} = -75.5\,\text{MPa}$$

$$\sigma_{residual,t} = \sigma_t + \sigma_t' = \left(210 - 162.75\right)\text{MPa} = 47.25\,\text{MPa}$$

Copyright © 2011 by Tae Hyun Baek, Kunsan National University. All rights reserved.